

Concours blanc

Informatique pour tous, première année

Julien REICHERT

Exercice 1 : La représentation des polynômes avec `numpy` utilise la liste des coefficients (ou des racines) pour créer un objet utilisable en tant que fonction, mais aussi en tant que liste. Nous allons travailler avec une variante de cette représentation dans le contexte de la méthode de Newton.

Il est interdit d'utiliser `numpy` dans l'ensemble de l'exercice 1.

Question 1.1 : Écrire une fonction ayant pour arguments un nombre `x` et une liste `l` représentant un polynôme de degré `n`, dans la mesure où l'élément `l[i]` est le coefficient de degré `i` du polynôme, et renvoyant l'image de `x` par la fonction polynomiale associée.¹

Exemple d'utilisation de la fonction : `eval_poly([1,2,3],-2)`, qui donne 9 en tant qu'évaluation en -2 de $3X^2 + 2X + 1$.

Question 1.2 : Écrire une fonction prenant en argument une liste représentant un polynôme (sous les mêmes conditions) et renvoyant la liste qui représente le polynôme dérivé.

Question 1.3 : Écrire la méthode de Newton pour des fonctions polynomiales, en utilisant les fonctions définies précédemment. Au lieu d'une fonction et de sa dérivée, on fournira donc une liste, en plus des arguments supplémentaires jugés pertinents.

Exercice 2 : La méthode d'Euler implicite a été évoquée en cours. Il s'agit de l'implémenter (sans s'arrêter sur des questions de stabilité qui pourraient surgir).

Question 2.1 : Compléter le code ci-dessous de la méthode d'Euler explicite.

```
(1) def euler(G, y0, les_x):
(2)     les_y = [y0]
(3)     x_plus_h, y = les_x[0], y0
(4)     for i in range(1, len(les_x)):
(5)         x, x_plus_h = x_plus_h, les_x[i]
(6)         ...
(7)         les_y.append(y)
(8)     return np.array(les_y)
```

Pour rappel ou informations, la méthode d'Euler implicite consiste à écrire, dans l'application du TFA à l'équation différentielle étudiée : $f(x+h) = f(x) + \int_x^{x+h} G(f(t), t) dt$ et d'approcher dans la foulée $G(f(t), t)$ non pas par $G(f(x), x)$ mais par $G(f(x+h), x+h)$.

Question 2.2 : Avec la nouvelle relation de récurrence, par quel moyen peut-on déterminer $f(x+h)$, l'inconnue dans notre égalité ?

Question 2.3 : En déduire un code pour la méthode d'Euler implicite. Il est permis de signaler la ou les lignes à remplacer dans le code ci-dessus.

1. Bonus : Écrire une fonction prenant en argument une liste et renvoyant la fonction polynomiale associée au polynôme représenté.